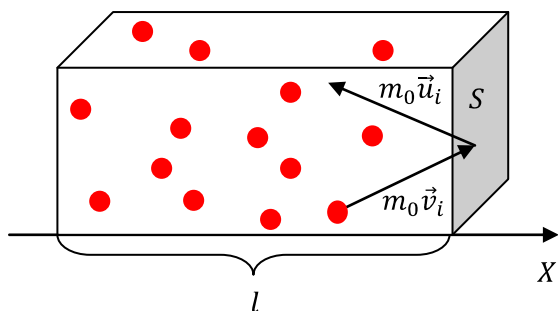


Вывод основного уравнения МКТ



Сначала рассмотрим удар одной молекулы о стенку сосуда, считая его абсолютно упругим. Такое предположение оправдано. При неупругом ударе шаров их механическая энергия переходит в энергию молекул, а в нашем случае шарами являются сами молекулы и переходить уже особо некуда... Закон сохранения импульса:

$$m_0 \vec{v}_i + \vec{p}'_{0i} = m_0 \vec{u}_i + \vec{p}'_{0i}$$

В проекции на ось X :

$$m_0 v_{ix} + p_{0ix} = -m_0 v_{ix} + p'_{0ix}$$

Таким образом

$$\Delta p_{0ix} = 2m_0 v_{ix}$$

Рассмотрим теперь группу из N_i молекул, обладающую близкими значениями модулей проекций скоростей $|v_{ix}|$. За время Δt они сообщают стенке импульс

$$\Delta p_{ix} = 2m_0 N_i v_{ix}$$

В свою очередь

$$N_i = \frac{n_i}{2} l S$$

А

$$l = v_{ix} \Delta t$$

где n_i — концентрация молекул группы, Δt — время, за которое молекула смещается на расстояние l вдоль оси X . В силу равновероятности знаков проекций практически половина молекул группы будет обладать отрицательными проекциями, поэтому n_i делим пополам. Таким образом

$$\frac{\Delta p_{ix}}{\Delta t} = m_0 n_i v_{xi}^2 S = F_i$$

Это сила, давления, приложенная к стенке со стороны i -й группы молекул. Чтобы найти силу давления всего газа нужно сложить силы, действующие на стенку со стороны всех групп.

$$F = \sum F_i = m_0 S \sum n_i v_{xi}^2$$

Вычислим сумму

$$\sum n_i v_{xi}^2 = \frac{N \sum N_i v_{xi}^2}{V}$$

В свою очередь

$$\frac{N}{V}$$

— полная концентрация молекул, а

$$\frac{\sum N_i v_{xi}^2}{N} = \langle v_x^2 \rangle$$

— среднее квадрата проекции скорости молекулы газа на ось X . В силу равновероятности всех направлений движения

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$

А поскольку

$$v_i^2 = v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2$$

то и

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$$

Стало быть

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{3}$$

Тогда окончательное выражение для силы давления газа на стенку имеет вид.

$$F = \frac{1}{3} m_0 n S \langle v^2 \rangle$$

Само же давление равно

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle$$